POROVNÁNÍ ZÁKLADNÍCH LISOVACÍCH ROVNIC

KAREL ŠPIČÁK, JAROSLAV KUTZENDÖRFER

Katedra technologie silikátů VŠCHT, 166 28 Praha, Suchbátarova 5

Došlo dne 16. 10. 1975

Byly porovnány I. a II. lisovací vztah Balšinův a rovnice Berežného převedené do tvaru závislosti lisovací výšky na tlaku. Za referentní byl vzat I. Balšinův vztah s pokusně nalezenými konstantami. Byly vypočítány maximální odchylky výšek v intervalu 10 až 60 MPa a dále uvedeny hodnoty pro podstatně širší interval lisovacích tlaků 0,1 - 500 MPa.

ÚVOD

Lisování je velmi často používaná metoda vytváření v technologii keramiky a žárovzdorných materiálů. Lisují se obkládačky, dlaždice, výrobky technické keramiky, zvláště elektrokeramiky a kysličníkové keramiky, žárovzdorná staviva, jako dinas, magnezit, chrommagnezit, šamot, sliciumkarbid aj.

Průběh zhutňování zrnitých, práškových nebo drolenkových směsí popisují lisovací rovnice, tzv. lisovací zákony [1] — [4], [7]. Při lisování jednoduchých tvarů je možné použít vztahů mezi lisovacím tlakem a snadno sledovatelnou lisovací výškou.

TEORETICKÁ ČÁST

Nejčastěji používané rovnice, tj. I. lisovací vztah Balšinův [1] popř. Walker Balšinův, II. lisovací vztah Balšinův, který je převeditelný na rovnici Kazakevičovu a rovnice Berežného, se dají vyjádřit jako závislost lisovací výšky h na lisovacím tlaku p, a to takto:

1. Walker—Balšinův vztah [8] vychází z představy, že elementární relativní deformace, tj. stlačení ($\mathrm{d}h$) vztažené na konstantní výšku výlisku při mezním slisování h_m teoretickým maximálním tlakem p_max, je úměrná příslušné relativní změně tlaku.

$$-\frac{\mathrm{d}h}{h_\mathrm{m}} \sim \frac{\mathrm{d}p}{p}.$$

Integruje-li se v mezích od h do h_m popř. od p do p_max

$$\int_h^{h_\mathrm{m}} h_\mathrm{m}^{-1}\,\mathrm{d}h \sim \int_p^{p_\mathrm{max}} p^{-1}\,\mathrm{d}p,$$

dostane se po úpravě:

$$h = a_1 - k_1 \log p. \tag{1}$$

2. Druhý Balšinův vztah i rovnice Kazakevičova se opírá o předpoklad, že elementární racionální deformace, tj. stlačení vztažené na proměnnou výšku, je úměrné relativní změně tlaku

$$-\frac{\mathrm{d}h}{h} \sim \frac{\mathrm{d}p}{p}.$$

Integrací ve stejných mezích jako u vztahu předcházejícího

$$-\int_{h}^{h_m} h^{-1}\,dh \sim \int_{p}^{p_{max}} p^{-1}\,dp$$

se dostane

$$\log h = a_1 - k_2 \log p. \tag{2}$$

K témuž výsledku se dojde i integrací v mezích od h_0 do h a od p_0 do p, tj. vychází-li se ze sypné výšky a jí příslušného tlaku, jak to činí Kazakevič [6].

3. Rovnice Berežného [5] byla formulována jako semilogaritmický vztah pro pórovitost P

$$P = a - b \log p.$$

Pórovitost je definována jako poměr objemu pórů k celkovému objemu. Nulové pórovitosti odpovídá mezní výška výlisku h_m. Za konstantního průřezu výlisku platí tedy

$$P = \frac{h - h_m}{h} = 1 - \frac{h_m}{h};$$

Berežného rovnice má pak tvar

$$\frac{1}{h} = a_3 + k_3 \log p.$$

Uvedené vztahy se znázorňují v příslušných funkcionálních sítích jako přímky. Aditivní konstanty a znamenají úsek na pořadnici, koeficienty k jsou směrnicí (obr. 1). Chceme-li tedy zjistit, které z uvedených rovnic popisují lisovací proces materiálu o dané vlhkosti v příslušném lisovacím zařízení, provedeme sérii zkoušek, kde pro zvolené vytvářecí tlaky proměříme výšku výlisku. Pak vyneseme h proti $\log p$, $\log h$ proti $\log p$ a $1/h$ proti $\log p$. Závislost, která je v nejširší oblasti tlaků lineární, vyhovuje nejlépe.

Abychom prokázali, jak se jednotlivé základní lisovací zákony vzájemně liší, bylo provedeno vzájemné jejich porovnání.

Vyšlo se z představy, že se provádějí lisovací pokusy s tlakem 10 a 60 MPa ($\doteq$100—600 kp/cm²). Pro tyto tlaky byly vypočítány lisovací výšky za předpokladu, že výlisek o výšce 0,066 m (zhruba tloušťka normálky po vylisování) je lisován tlakem 30 MPa, a že platí Walker—Balšinův vztah.

V jeho klasické formulaci

$$\log p = K - k(\beta - 1)$$

byl nahrazen relativní objem β, tj. celkový objem výlisku V_C dělený objemem tuhé fáze V_S, poměrem výšek

$$\beta = \frac{V_C}{V_S} = \frac{h}{h_m}.$$

Z jiné experimentální práce [9] byly vzaty přibližné hodnoty konstant $K = 3$ MPa, $k = 1$, takže lisovací rovnice dostala tvar

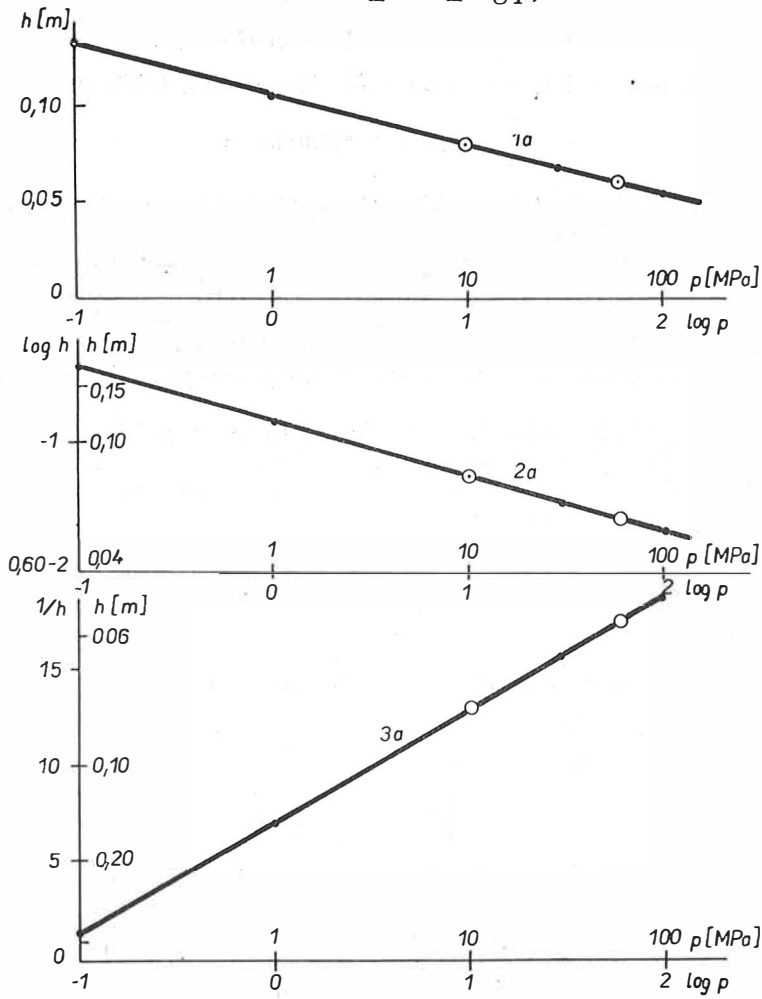
$$\log p = 4 - \frac{h}{h_m}.$$

Z ní plyne jednak pro zvolené h a p

$$h_m = \frac{0{,}066}{4 - \log 0{,}30} = 0{,}0262 \text{ m},$$

jednak rovnice

$$h = 4h_m - h_m \log p,$$



Obr. 1. Linearizované lisovací vztahy;
I. Balšinův vztah (1a), II. Balšinův vztah (2a), Berežn ého vztah (3a).

z níž dostáváme konstanty

$$a_1 = 4h_m, \qquad k_1 = h_m,$$

takže naše rovnice má numerický tvar

$$h = 0{,}1048 - 0{,}0262 \log p \qquad [\text{m}]\,. \tag{1a}$$

Dosazením předpokládaných pokusných tlaků 10 a 60 MPa a dvou tlaků podstatně nižších 0,1 a 1 MPa a tří tlaků vyšších 100, 200 a 500 MPa se dostanou výšky, které jsou srovnány s výškami vypočítanými na základě II. Balšinova zákona a rovnice Berežného v tabulce I.

Konstanty a_2 a k_2 II. Balšinova zákona byly počítány z výšek pro tlaky 10 a 60 MPa určených z I. Balšinova vztahu. II. Balšinův vztah je pak:

$$\log h = (0{,}0633 - 1) - 0{,}1679 \log p. \tag{2a}$$

Obdobně byly určeny i konstanty rovnice Berežného, takže dostáváme:

$$\frac{1}{h} = 6{,}993 + 5{,}730 \log p. \tag{3a}$$

Z uvedeného příkladu (viz tabulka I) vyplývá, že za zvolených podmínek (výšky pro 10 a 60 MPa) jsou si všechny tři vztahv blízké. Pro předpokládaný lisovací tlak 30 MPa je odchylka výšky podle II. Balšinova zákona —1,06 %, podle Berežného rovnice —2,12 % od hodnoty Walker Balšinova zákona. Vně zvoleného intervalu jsou odchylky kladné; pro tlak 100 MPa 1,92 % a 3,42 % pro 200 MPa 6,74 a 11,5 %, pro 500 MPa 19,6 a 30,3 %, pro 1 MPa 9,5 % a 36,2 %. Balšinovy zákony jsou si blíže, než je k nim rovnice Berežného.

Pro určení maximální odchylky Δh výšky výlisku, vypočítané podle II. Balšinova zákona od výšky plynoucí z I. Balšinova zákona (I. B. z.), byl vyjádřen II. Balšinův zákon (II. B. z.) v mocninovém tvaru a vyjádřen rozdíl oproti I. Balšinovu zákonu

I. B. z. $h = a_1 - k_1 \log p$

II. B. z. $h = \alpha_2 p^{-k^2} \qquad \alpha_2 = \mathrm{N} \log a_2$

$$\Delta h = a_1 - k_1 \log p - \alpha_2 p^{-k^2}$$

Derivací pro maximální odchylku a kritický tlak při ní platí

$$\frac{\mathrm{d}\Delta h}{\mathrm{d}p} = -\frac{k_1}{p} 0{,}4343 + k_2 \alpha_2 p_k^{-k-1} = 0,$$

$$p_k = \left(0{,}4343 \frac{k_1}{k_2 \alpha_2}\right)^{-\frac{1}{k_3}}. \tag{4}$$

Dosazení $k_1 = 0{,}0262$; $k_2 = 0{,}1679$; $a_2 = (0{,}0633\text{-}1)$ vede k výsledku

$$p_k = 24{,}15 \text{ MPa}.$$

Pro tento tlak snadno vypočítáme $h_1 = 0{,}0686$ m a maximální rozdíl

$$\Delta h_{1-2} = 0{,}0008 \text{ m}.$$

Obdobně se zjistí maximální odchylka výšky podle rovnice Berežného (Ber.) od výšky podle I. Balšinova zákona:

I. B. z. $h = a_1 - k_1 \log p,$

Ber. $h = \dfrac{1}{a_3 - k_3 \log p},$

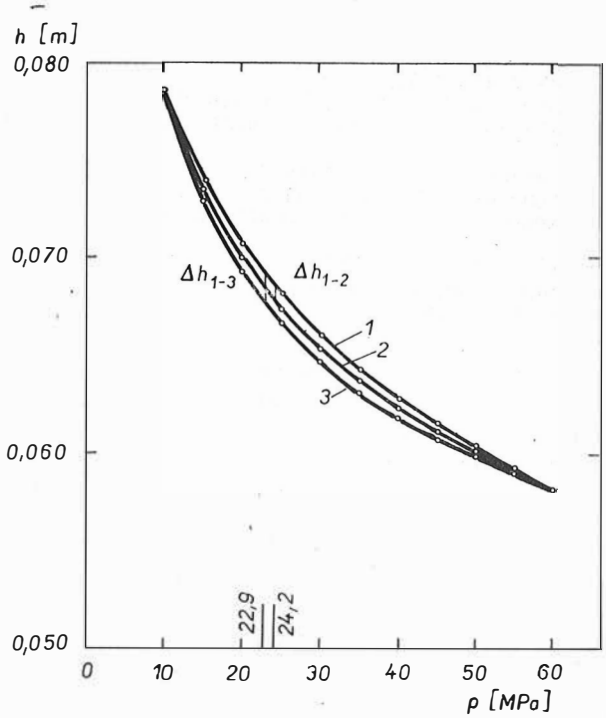
$$h = a_1 - k_1 \log p - \frac{1}{a_3 - k_3 \log p}.$$

Derivací se dostane:

$$\frac{\mathrm{d}\Delta h}{\mathrm{d}p} = \frac{k_1}{p_k} 0{,}4343 - \frac{\frac{k_3}{p_k} 0{,}4343}{(a_3 - k_3 \log p_k)^2} = 0.$$

Úpravou vychází kvadratická rovnice

$$-a_3^2 + \frac{k_3}{k_1} + 2a_3 k_3 \log p_k = k_3^2 \log^2 p_k = 0, \tag{5}$$



Obr. 2. Porovnání lisovacích vztahů;
I. Balšinův vztah (1), II. Balšinův vztah (2) Berežného vztah (3).

jejíž řešení pro zvolený interval je

$$p_k = 22{,}94 \text{ MPa}.$$

Pro tento tlak platí $h_1 = 0{,}0691$ m a maximální odchylka

$$\Delta h_{1-3} = 0{,}0015 \text{ m}.$$

Tyto poměry názorně ukazuje obr. 2, pro který byly vypočítány na počítači Tesla 200 všechny tři lisovací vztahy po 5 MPa krocích.

ZÁVĚR

Z vypočítaných dat vyplývá, že při použití II. Balšinova zákona místo I. se dopustíme maximální odchylky o 1,16 %, při použití rovnice Berežného o 2,16 %.

Zjištění přesného vztahu, kterým se lisovací proces řídí, má tedy význam pro podstatně širší interval lisovacích tlaků, jak je vidět z příkladů uvedených v tabulce I. nebo u výrobků, jejichž povolené rozměrové tolerance jsou podstatně menší, např. do 1 %.

Literatura

[1] Balšin M. Ju.: *Pulvermetallurgie*. (Halle Saale) 1954.
[2] Pospíšil Z.: Silikáty *1*, 45 (1957).
[3] Petrdlík M.: Technické zprávy VÚPM, (4), 14 (1954).
[4] Špičák K.:. *Výrobní procesy a zařízení v technologii keramiky*, (skripta), část II. SNTL, Praha 1969.
[5] Berežnoj A. S.: Ogneupory *15*, (3), 124 (1947).
[6] Kazakevič S. S.: Ogneupory *25*, (7), 312 (1957).
[7] Popilskij R. J., Kondrašev F. V.: *Pressovanije keramičeskich poroškov*. Metalurgija, Moskva 1968.
[8] Petrdlík M., Koucký L.: *Porovnání platnosti lisovacích zákonů*, II. mezinár. konfer. o práškové metalurgii. Starý Smokovec 1966.
[9] Špičák K.: Silikáty *5*, 324 (1961).

Tabulka I

Výšky výlisků podle jednotlivých rovnic h (m)

Rovnice \ tlak MPa	0,1	1	10	30	60	100	200	500
Walker—Balšin	0.1310	0.1048	0.0786	0.0661	0.0582	0.0524	0.0445	0.0341
Balšin II.	0.1699	0.1157	0.0786	0.0654	0.0582	0.0534	0.0475	0.0408
Berežnoj	0.7918	0.1431	0.0786	0.0647	0.0582	0.0542	0.0496	0.0445

СОПОСТАВЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ПРЕССОВОЧНЫХ УРАВНЕНИЙ

Карел Шпичак, Ярослав Куцендерфер

Кафедра технологии силикатов ХТИ, Прага

Чаще всего применяемые прессовочные уравнения, т. е. I уравнение Бальшина, II уравнение Бальшина, которое можно преобразовать в уравнение Казаковича и уравнение Бережного выражаются в виде зависимости высоты прессования от давления прессования.

В предлагаемой работе сопоставляется I уравнение Бальшина с экспериментальным путем установленными константами. Исследование основывается на предположении, что прессовочные эксперименты проводят под давлением 10 и 60 МРа. Прессовочные высоты, рассчитанные для приводимых давлений, используются для определения констант II уравнения Бальшина и уравнения Бережного. Составленные нумерические уравнения сопоставляемых отношений графически изображаются по 5 МРа шагам в исследуемом интервале 10—60 МРа. В таблице приводятся даже величины, выходящие за установленные рамки.

Рассчитанные максимальные отклонения высот исследуемых уравнений относительно высот, вытекающих из I уравнения Бальшина в интервале 10—60 MPa составляют максимально 1,16 % у II уравнения Бальшина и 2,16 % у уравнения Бережного. Однако для давлений 1 и 500 MPa различия существенно больше, т. е. свыше 30 %. Показалось, что к референтному I. уравнению Бальшина ближе II уравнение Бальшина, большие отклонения имеются у уравнения Бережного.

Установление точного пресовочного уравнения, по которому прессование проходит, имеет практическое значение прежде всего для изделий с более узким допуском по размеру или для существенно широкий интервал прессовочных давлений.

Рис. 1. Линеаризованные прессовочные уравнения; I уравнение Бальшина (1a), II уравнение Бальшина (2a), уравнение Бережного (3a).

Рис. 2. Сопоставление прессовочных уравнений; I уравнение Бальшина (1), II уравнение Бальшина (2), уравнение Бережного (3).

A COMPARISON OF BASIC PRESSING EQUATIONS

Karel Špičák, Jaroslav Kutzendörfer

Department of the Technology of Silicates, Institute of Chemical Technology, Praque

The most frequently employed pressing equations, i.e. the Ist Balshin equation and the IInd Balshin equation which can be converted to the Kazakewitch equation and the Berezhnoy equation, were expressed as a relationship between pressing height and pressure.

The Ist Balshin equation with experimentally determined constants was taken as a reference one. The analysis was based on imaginary pressing experimens using pressures of 10 MPa and 60 MPa. The pressing heights calculated for these pressures were used for determining the constants of the IInd Balshin equation and these of the Berezhnoy equation. The numerical equations of the relations compared were plotted graphically by 5 MPa steps within the 10 to 60 MPa interval; the more remote values situated apart are also listed in the table.

The calculated maximum deviations in height of the equations with respect to the heights given by the Ist Balshin equation in the 10 to 60 MPa interval were at the most 1.16 % for the IInd Balshin equation and 2.16 % for the Berezhnoy equation. At pressures of 1 and 500 MPa, however, the differences are considerably greater, namely by more than 30 %. It appears that the IInd Balshin equation is closer to the reference Ist Balshin equation while the Berezhnoy equation shows greater deviations.

Determination of an accurate pressing equation controlling the pressing process is of practical significance above all for products with narrow dimensional tolerances or for a substantially wider interval of forming pressures.

Fig. 1. Linearizied pressing equations; Ist Balshin equation (1a), IInd Balshin equation (2a), Berezhnoy equation (3a).

Fig. 2. Comparison of the pressing equations; Ist Balshin equation (1), IInd Balshin equation (2), Berezhnoy equation (3).