Silikáty *30*, s. 21—32 (1986)

VÝPOČET TEPLOTNÍ NAPJATOSTI KERAMICKÝCH TĚLES II

MILAN ŠVABC, YVONA MAZAČOVÁ,* VLADIMÍR HANYKÝŘ*

Státní výzkumný ústav pro stavbu strojů, Běchovice, 190 00 Praha 9

**Vysoká škola chemickotechnologická, katedra technologie silikátů, Suchbátarova 5, 166 28 Praha 6*

Došlo 11. 4. 1985

V práci je uvedena metoda analyticko-numerického výpočtu teplotní napjatosti rotačně symetrických těles se známým teplotním polem, umožňující respektovat závislost parametrů keramického materiálu na teplotě.

Model využívá náhrady tělesa se spojitě proměnným materiálovými parametry soustavou diskrétních oblastí po částech homogenních vlastností.

Celková teplotní napjatost tělesa se získá řešením soustavy podmínek interakce na rozhraních elementů.

ÚVOD

Základní analytická metoda výpočtu teplotní napjatosti keramických výrobků během výpalu [1] vychází z předpokladu homogenního a izotropního kontinua. Vzhledem k tomu, že keramický materiál s obsahem jílové složky však vykazuje v průběhu výpalu výraznou teplotní závislost materiálových parametrů a podstatnou ortotropii, nelze pro praktické účely pevnostního hodnocení a volby technologického režimu tohoto základního modelu použít.

Jako první krok pro vytvoření komplexního modelu automatizovaného strojního výpočtu návrhu teplotního režimu výpalu s konstantní pravděpodobností porušení výrobku byl na VŠCHT Praha, KTS v letech 1982—1984 vypracován analyticko-numerický model výpočtu teplotní napjatosti a pevnostní klasifikace pro rotační válec s radiální heterogenitou materiálových parametrů. Model výpočtu byl formulován s cílem realizovat orientační kvantifikaci teplotní napjatosti válcových těles s rotační symetrií heterogenity materiálových vlastností a teplotního pole.

Pro vlastní výpočet teplotní napjatosti bylo alternativně použito deformační varianty metody konečného elementu prstencového tvaru s lineárním polynomem a analyticko-numerické metody deformačních výminek na hranicích prstencových elementů. Vzhledem k nižším nárokům na kapacitu paměti (se zřetelem na uvažovanou možnost realizace zjednodušeného algoritmu na stolním počítači) byla v definitivní podobě modelu pro danou aplikaci zvolena analyticko-numerická výpočetní metoda.

SESTAVENÍ DEFORMAČNÍCH ROVNIC

Vzhledem k nedostatečnosti experimentálních údajů o axiálním teplotním rozložení a o skutečném teplotním poli v okolí podstav válce se provedený výpočet omezuje na exaktní určení radiální a obvodové složky teplotní napjatosti. Axiální složku lze v uvažovaném případě napjatosti nekonečného tělesa považovat za určenou analytickým výrazem odvozeným alternativně pro prosté a zobecněné rovinné přetvoření např. v [1].

Pro stanovení σ_r, σ_t se předpokládá libovolné dělení válce realizované soustřednými válcovými plochami, jejichž poloměry označené r_1, $r_2, \ldots, r_n = r_{ext}$ splňují podmínku

$$0 < r_1 < r_2 < \ldots < r_i < \ldots < r_n. \qquad (1)$$

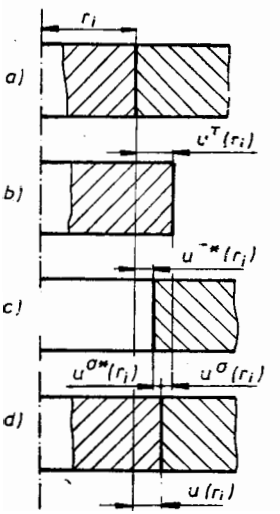
Tuto část původního tělesa, která je vymezena dvěma sousedními plochami tohoto dělení, tj. pro kterou platí

$$r_{i1} = r_{i-1} \leqq r \leq r_i = r_{i2}, \tag{2}$$

považujeme pro další výpočet za i-té elementární těleso. Volbu rozdělení tělesa (1) uvažujme takovou, že materiálové vlastnosti v rozmezí jednotlivých elementů lze pokládat za homogenní. Vzhledem k relativně malé tloušťce mezikruhových prstenců $r_i - r_{i-1}$ je možno jejich vnitřní teplotní napjatost zanedbat a vznik globální teplotní napjatosti tělesa modelovat interakcí na rozhraní elementů.

Vzhledem k tomu, že skutečné těleso (dokud nedojde k jeho porušení) se deformuje jako celek bez ohledu na existenci teplotního pole, musí platit rovnost absolutních hodnot deformací na soumezných plochách dělení

$$r_{i-1,2} = r_{i,1}, \qquad i = 2, \ldots, n. \tag{3}$$



Obr. 1. Superpozice teplotní a silové deformace na rozhraní elementů;
a) izotermický stav, b) volná teplotní deformace vnitřního elementu, c) volná teplotní deformace vnějšího elementu, d) výsledný rovnovážný stav deformace.

Tato podmínka musí být splněna identicky pro libovolnou část objemu tělesa. Je zřejmé, že požadovaná identita nastane pouze tehdy, předpokládáme-li na hraničních plochách elementů působení silových účinků, jejichž velikost a orientace jsou právě takové, aby absolutní hodnoty výsledných deformací na hranicích elementů dané superpozicí deformací od silového a od teplotního pole byly zprava i zleva rozhraní sobě rovny (obr. 1). Pro každé rozhraní homogenních oblastí lze formulovat deformační rovnici ve tvaru

$$u^{\sigma}(r_i) + u^{\sigma*}(r_i) = \mathrm{abs}(u^T(r_i) - u^{T*}(r_i)), \tag{4}$$

kde $u^T(r_i)$ je radiální posuv na poloměru r_i od volného teplotního přetvoření i-tého (tj. vnitřního na rozhraní určeném poloměrem r_i) elementárního tělesa, $u^{\sigma}(r_i)$ — radiální posuv v i-té oblasti na poloměru r_i, vyvolaný působením silového účinku na rozhraní elementů σ_r podmíněného zachováním spojitosti deformace, $u^{T*}(r_i)$ — radiální posuv na poloměru r_i od volného teplotního přetvoření $(i+1)$-vého (tj. vnějšího) elementárního tělesa, $u^{\sigma*}(r_i)$ — radiální posuv vnějšího elementu rozhraní na poloměru r_i od silového účinku σ_r.

Pro řešení teplotní napjatosti tělesa je třeba dále odvodit explicitní závislosti posuvů

$$u^{\sigma} = u^{\sigma}(E(T), u(T), \sigma_{rr}(r)) \tag{5}$$

a

$$u^{T} = u^{T}(\alpha(T), T(r)). \tag{6}$$

VOLNÁ TEPLOTNÍ DEFORMACE ELEMENTŮ

Pro zjednodušený model ortotropního kontinua lze volnou teplotní deformaci elementárních těles v rovině příčného řezu válce vyjádřit pomocí teplotně závislého součinitele délkové roztažnosti α (1). Dělení tělesa je třeba volit tak, aby bylo možno s dostatečnou přesností uvažovat v objemu každého elementárního tělesa homogenní materiálové vlastnosti odpovídající teplotě na vnějším okraji elementu. Za tohoto předpokladu lze teplotní deformaci obvodu volného vnějšího okraje i-tého elementu původní délky

$$o_{i2} = 2\pi r_{i2} \tag{7}$$

popsat pomocí lineárního součinitele délkové teplotní roztažnosti vztahem

$$o'_{i2} = 2\pi r_{i2}(1 + \alpha_i \Delta T_i). \tag{8}$$

Vzhledem k tomu, že tento obvod přísluší kružnici o poloměru

$$r'_{i2} = r_{i2}(1 + \alpha_i \Delta T_i)$$

a současně

$$u^{T}(r_i) = r'_{i2} - r_{i2},$$

je možno pro posuv volné teplotní deformace na vnějším okraji i-tého elementu napsat výsledný vztah

$$u^{T}(r_i) = r_i \alpha_i \Delta T_i. \tag{9}$$

NAPJATOST A DEFORMACE OBECNÉ ROTAČNĚ SYMETRICKÉ ÚLOHY

Úplné analytické řešení rotačně symetrické úlohy s uvážením axiálně proměnných tangenciálních napětí ve styku soustavy těles analogické předchozímu postupu je možno provést podle [4]. Napjatost v okolí podstav válce vyvolanou radiálně proměnným teplotním polem (popř. ortotropií materiálu) lze modelovat podle obr. 2a. Pro axiální prodloužení vrstev v oblasti soumezné plochy i-tého rozhraní lze formulovat deformační výminku ve tvaru

$$\Delta h_{i,2} = \Delta h_{i+1,1}, \tag{10}$$

kde pro lokální změnu axiálního rozměru platí

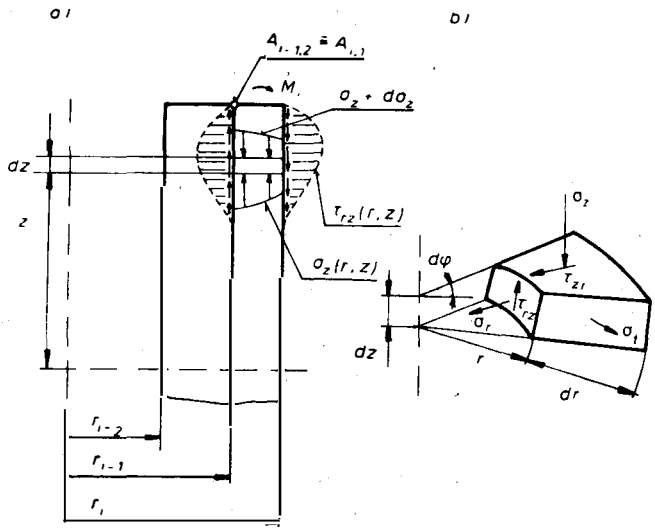
$$\Delta h_{i,j} = \Delta h_i^{T} + \Delta h_i^{\sigma_z} + \Delta h_{i,j}^{r}, \qquad i = 1, \ldots, n-1, j = 1, 2. \tag{11}$$

Ve vztahu (11) je prodloužení od teploty při ortotropní roztažnosti dáno

$$\Delta h_i^{T} = \alpha_{zi} h_i \Delta T_i, \tag{12}$$

kde α_{zi} je lokální hodnota axiálního součinitele teplotní roztažnosti. Prodloužení od axiální napjatosti je dáno vztahem

$$\Delta h_i^{\sigma_z} = \frac{h_i}{E_i} \sigma_{zi}. \tag{13}$$



Obr. 2. Napjatost úplné úlohy;
a) styk elementárních těles, b) napjatost elementu v okolí podstav.

Řešení lokálního povrchového prodloužení i-tého elementárního válcového tělesa od tangenciálních povrchových sil je možno provést podle vztahů odvozených v [5], vzhledem k jeho rozsahu jej v práci tohoto zaměření nelze uvést. Řešení soustavy algebraických rovnic vzniklé rozepsáním rovnice (10) pro jednotlivá rozhraní a připojením výminek statické rovnováhy je možno nalézt při přijetí těchto předpokladů:

1. radiální posuvy soumezných bodů A_{i2}, $A_{i+1,1}$ jsou totožné,
2. axiální napjatost zachovává podobnost při iteračním postupu řešení,
3. momentovou veličinu na prvém rozhraní lze extrapolovat z předchozího průběhu,
4. napjatost elementárního tělesa v okolí podstav splňuje podmínku

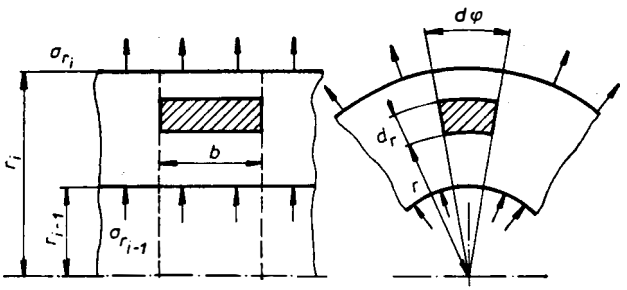
$$\int_{r_{i,2}}^{r_{i,3}} \sigma_z \, \mathrm{d}r = \int_0^{\frac{h_i}{2}} \tau_{rz} \, \mathrm{d}z. \tag{14}$$

Komplikovanost tohoto řešení ovšem zcela přesahuje původní záměry dané fáze úkolu a pro aproximaci závislostí $u^{\sigma}(r_i)$, $u^{\sigma *}(r_i)$ mezi deformací elementárních těles a jejich napjatostí, figurujících v deformačních rovnicích (4), bylo použito zjednodušeného postupu vypracovaného v [2] na základě předpokladu zobecněné rovinné deformace nekonečného tělesa s rotačně symetrickým rozložením nehomogenity materiálu. Ve stručnosti uvedeme postup odvození základních vztahů použitých pro sestavení výpočetního programu.

A. Napjatost rotačně symetrické úlohy pro nekonečné těleso

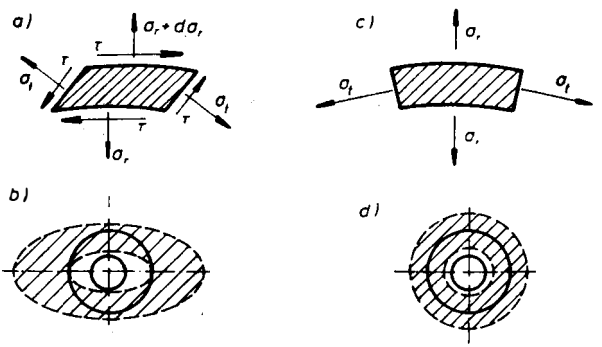
Po odvození uvažujme infinitezimální prvek vytknutý z objemu i-tého elementárního prstence dělení válce řezy podle obr. 3.

Vzhledem k tomu, že za předpokladu homogenního součinitele délkové teplotní



Obr. 3. Vytknutí infinitezimálního prvku rotačně symetrického tělesa.

roztažnosti α po obvodu elementárního prstence při rotačně symetrickém teplotním poli se mezikruhový průřez elementárního tělesa zdeformuje vlivem teplotního pnutí opět na průřez mezikruhového tvaru (obr. 4) a vzhledem k symetrii nekonečného tělesa jsou smyková napětí ve stěnách uvažovaného elementu identicky rovna nule a uvažovaný stav teplotní napjatosti je v tomto případě tvořen pouze normálnými složkami σ_r, σ_t, σ_z, které jsou tudíž zároveň hlavními napětími.



Obr. 4. Souvislost napjatosti a kvality deformace elementu — a), c) a tělesa — b), d) — schematické znázornění.

V našem případě čistě teplotní napjatosti objemové síly působící na element neuvažujeme (jediná z těchto sil je zde vlastní tíže tělesa, zcela zanedbatelná oproti teplotnímu pnutí), a tudíž složky napjatosti, které na vytknutý element působí, jsou v rovnováze samy o sobě. Podmínkou této silové rovnováhy je existence uzavřeného polygonu silových složek znázorněného na obr. 5, ze kterého je možné na základě goniometrických úvah napsat rovnici rovnováhy elementu ve tvaru

$$(\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)\, d\varphi \,.\, b - \sigma_r\, d\varphi r \,.\, b = 2\sigma_t b \,.\, dr \,.\, \sin\frac{d\varphi}{2}, \qquad (15)$$

ve kterém b je axiální rozměr tělesa.

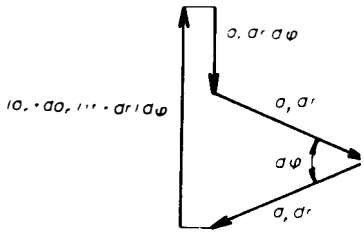
Po linearizaci ($\sin\alpha \doteq \alpha$ pro infinitezimální argument) a zanedbání nekonečně malých veličin 2. a vyšších řádů je možno rovnici statické rovnováhy elementu upravit na diferenciální rovnici

$$d(\sigma_r \,.\, r) - \sigma_t\, dr = 0 \qquad (16)$$

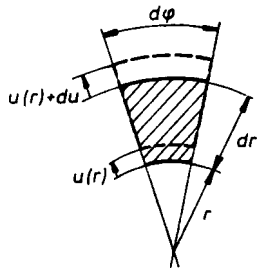
pro dvě neznámé funkce $\sigma_r(r)$, $\sigma_t(r)$. K tomu, aby se tato rovnice mohla řešit (úloha je staticky neurčitá), je třeba připojit vhodnou rovnici vyplývající ze stavu přetvoření elementu. Poměrná prodloužení stran vytknutého prvku lze vyjádřit podle obr. 6 pomocí radiálního posuvu $u(r)$ vztahy

$$\varepsilon_t = \frac{(r + u)\,\mathrm{d}\varphi - r\,.\,\mathrm{d}\varphi}{r\,.\,\mathrm{d}\varphi} = \frac{u}{r},$$

$$\varepsilon_r = \frac{[\mathrm{d}r + (u + \mathrm{d}u) - u] - \mathrm{d}r}{\mathrm{d}r} = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}r}. \tag{17}$$



Obr. 5. Silový obrazec elementu.



Obr. 6. Souvislost radiálního posuvu a relativních přetvoření elementu.

Vzhledem k tomu, že relativní deformace prvku dané definičními vztahy (17) jsou vyvolány napětími σ_r, σ_t, lze je vyjádřit pomocí rozšířeného Hookova zákona výrazy

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E}(\sigma_t - \mu\sigma_r),$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - \mu\sigma_t). \tag{18}$$

Rovnice (16)—(18) tvoří soustavu rovnic pro neznámé funkce popisující silové a deformační pole tělesa $\sigma_r(r)$, $\sigma_t(r)$ a $u(r)$.

Vyjádří-li se z (18) složky napjatosti v závislosti na poli deformací jako

$$\sigma_t = \frac{E}{1 - \mu^2}(\varepsilon_t + \mu\varepsilon_r),$$

$$\sigma_r = \frac{E}{1 - \mu^2}(\varepsilon_r + \mu\varepsilon_t), \tag{19}$$

použije-li se pro výrazy (19) vztahů (17) a dosadí-li se takto získané rovnosti do diferenciální rovnice (16), dostane se po úpravách diferenciální rovnice Eulerova typu druhého řádu bez pravé strany pro neznámou funkci posuvů $u(r)$ ve tvaru

$$r\,.\,u''(r) + u'(r) - \frac{u(r)}{r} = 0. \tag{20}$$

Jedno z obecných řešení této rovnice je podle [3] možno nalézt ve tvaru

$$u(r) = C_1\,.\,r + \frac{C_2}{r}, \tag{21}$$

které po zpětném dosazení do rovnic (19), algebraických úpravách a po substituci nových konstant vede k výsledným výrazům pro složky napjatosti

$$\sigma_t = K + \frac{C}{r^2},$$

$$\sigma_r = K - \frac{C}{r^2}, \tag{22}$$

ve kterých konstanty elementu K, C jsou dány splněním okrajových podmínek na soumezných plochách.

B. Deformace elementárního tělesa v závislosti na silových okrajových podmínkách

Tvar substituovaných integračních konstant K, C figurujících ve výrazech pro složky napětí (22), je třeba v každém elementu určit v souladu s charakterem okrajových podmínek na hranicích tělesa, daným orientací silových veličin na těchto rozhraních. Takto zjištěné výrazy pro složky napětí se dosadí do rovnice (18) a získá se tak vyjádření funkce radiálního posuvu $u(r)$ uvnitř i-tého elementu, ve kterém vystupují jako proměnné pouze hodnoty radiálních složek teplotní napjatosti, které z hlediska elementů v tomto případě vystupují v roli vnějšího zatížení. Při tomto postupu je však třeba respektovat všechny v úvahu přicházející případy konfigurace lokálního teplotního pole a koeficientů délkové teplotní roztažnosti materiálu sousedních elementů. Každý z těchto případů se vyznačuje odlišným charakterem volné teplotní deformace, a tudíž se jednotlivé případy mezi sebou liší i vynucenými okrajovými podmínkami vyplývajícími ze vzájemné silové vazby mezi elementy.

Výsledné výrazy pro funkci radiálního posuvu jsou v jednotlivých případech dány příslušnou lineární kombinací dílčích posuvů od radiálního zatížení na vnitřním a vnějším povrchu prstence

$$u_i(r) = \pm\eta_{i-1}(r)\,\sigma_{ri-1} \pm \eta_i(r)\,\sigma_{ri}, \tag{23}$$

kde příčinkové činitele lze vyjádřit podle (2) jako

$$\eta_j(r) = \frac{1}{E(r_j^2 - r_{j-1}^2)}\left[r_{j-1}^2(1-\mu)\,.\,r + r_{j-1}^2 r_j^2(1+\mu)\frac{1}{r}\right], \qquad j = i,\ i-1. \tag{24}$$

SOUSTAVA DEFORMAČNÍCH ROVNIC

Soustavu deformačních rovnic získáme postupným vyjádřením deformačních výminek na rozhraní jednotlivých elementů. V každém případě kombinace okrajových silových podmínek je možné výsledný vztah pro výpočet radiálního posuvu vyjádřit symbolickým zápisem funkční závislosti

$$u^i(r) = u^i(r_{i-1},\ r_i,\ \mu_i,\ E_i,\ \sigma_{i-1},\ \sigma_{ri},\ r). \tag{25}$$

Vzhledem k tomu, že pro potřeby dosazení posuvů od silového pole do deformační výminky (4) postačuje pouze znalost hodnot posuvů na vnitřním a na vnějším okraji elementárních těles, zredukuje se vztah (25) na závislost

$$u^i(r) = u^i(r_j,\ \sigma_{rj},\ E_i,\ \mu_i), \qquad j = i,\ i-1, \tag{26}$$

ve které jsou neznámými veličinami hodnoty silových veličin na hranicích elementárního tělesa.

Každou z deformačních výminek pro jednotlivá rozhraní uvažovaného hypotetického dělení tělesa je potom možné symbolicky vyjádřit pomocí implicitní lineární závislosti

$$f_i(r_{i-1}, r_i, r_{i+1}, \alpha_{i-1}, \alpha_i, \alpha_{i+1}, \mu_{i-1}, \mu_i, \mu_{i+1}, E_{i-1}, E_i, E_{i+1}, \Delta T_{i-1}, \Delta T_i, \Delta T_{i+1}, \sigma_{i-1}, \sigma_i, \sigma_{i+1}) = 0, \quad (27)$$

ve které kromě známých hodnot materiálových parametrů v okolí uvažovaného rozhraní, geometrie dělení a teplotního pole figurují pouze silové veličiny na hranicích elementů, kterých se výminka týká.

Rozepsáním závislosti (27) pro jednotlivá rozhraní vznikne soustava $(n - 1)$ lineárních rovnic v proměnných σ_{rj}

$$\begin{aligned} x &= r_1 \qquad f_1(\sigma_{r1}, \sigma_{r2}, E, \alpha, \mu, T) = 0 \\ x &= r_2 \qquad f_2(\sigma_{r1}, \sigma_{r2}, \sigma_{r3}, E, \alpha, \mu, T) = 0 \\ &\vdots \\ x &= r_{n-1} \qquad f_{n-1}(\sigma_{rn-2}, \sigma_{rn}, \sigma_n, \ldots) = 0, \end{aligned} \quad (28)$$

ve které jsou označeny E, α, μ, T souhrnně jako radiálně proměnná pole materiálových vlastností a teploty v okolí každého rozhraní. V případě volného vnějšího povrchu tělesa (zatíženého pouze atmosférickým tlakem, jenž je zcela zanedbatelný oproti teplotní napjatosti), je možné k rovnicím soustavy (28) připojit okrajovou podmínku

$$\sigma_{rn} = 0 \quad (29)$$

a vzniklou soustavu n lineárních rovnic v proměnných $\sigma_{r1}, \sigma_{r2}, \ldots, \sigma_{rn-1}, \sigma_{rn}$ řešit (viz [2]). Obvodová složka napjatosti se vypočte zpětným dosazením funkce $u^i(r)$ do vztahů (17), (18) a do Hookova zákona (19).

PEVNOSTNÍ ANALÝZA

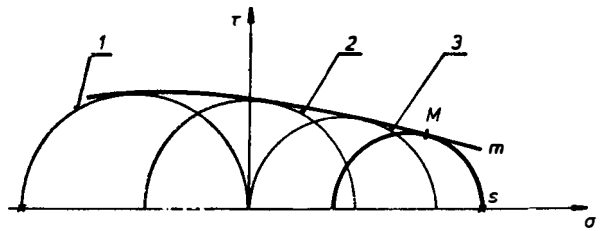
Základní otázkou při každém hodnocení vzájemného vztahu mezi napjatostí tělesa a možností jeho porušení následkem této napjatosti je volba vhodné pevnostní podmínky. Vzhledem k tomu, že zkoumaná teplotní napjatost rotačního tělesa je napjatostí trojosou (prostorovou), půjde v tomto případě o to, jakým vhodným způsobem porovnat namáhání materiálu při tomto složitém způsobu zatížení s experimentální mezní hodnotou pevnosti materiálu zjišťovanou při jednoosé napjatosti statické zkoušky pevnosti. Pro keramické materiály vyznačující se malou houževnatostí a rozdílným chováním v tahu a tlaku připadá v úvahu hypotéza pevnosti podle maximálního normálného napětí a hypotéza Mohrova.

A. Hypotéza pevnosti podle maximálního normálného napětí

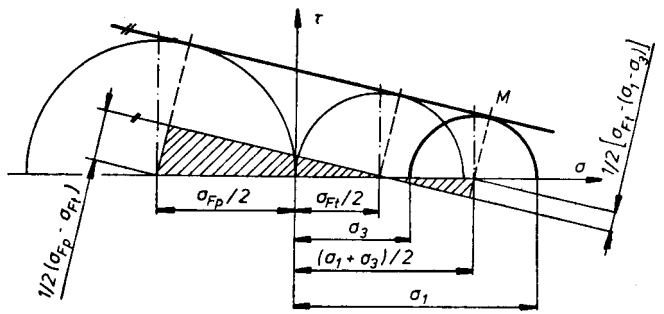
Tato hypotéza předpokládá, že rozhodujícím činitelem pro pevnost materiálu při víceosé napjatosti je maximální hodnota napětí σ_{max} (obr. 7). Pevnostní podmínka má v tomto případě tvar nerovnice

$$-\sigma_{Fp} \leqq \sigma_{max} \leqq \sigma_{Ft}. \quad (30)$$

Nedostatkem této snadno aplikovatelné metody je její omezení na jedinou složku napjatosti. Tuto nevýhodu do jisté míry odstraňuje hypotéza Mohrova, která jako kritéria selhání používá kombinace normálného a smykového napětí.



Obr. 7. Grafické znázornění Mohrovy pevnostní hypotézy;
1 — prostý tlak, 2 — čistý smyk, 3 — prostý tah, M — bod meze pevnosti podle Mohrovy hypotézy, m — mezní křivka, s — bod meze pevnosti podle σ_{max}.



Obr. 8. Analytické vyjádření mezní čáry Mohrovy pevnostní hypotézy.

B. Mohrova pevnostní hypotéza

Podle této hypotézy vyplňují body mezní pevnosti materiálu limitní čáru *m*, která je obalovou křivkou mezních Mohrových kružnic pro jednotlivé způsoby namáhání (prostý tah, tlak, čistý smyk). Pro oblast, ve které se pohybují namáhání skutečných těles, bylo zjištěno, že je možno mezní křivku *m* aproximovat tečnou vedenou ke kružnicím prostého tahu a tlaku v Mohrově diagramu tak, jak je znázorněno na obr. 7, spolu se stavem napjatosti o extrémních hodnotách hlavních napětí σ_1, σ_3.

Rovnici této aproximace mezní čáry lze odvodit z geometrické podobnosti vyšrafovaných trojúhelníků na obr. 8, ze které je možno psát vztah

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_3 - \sigma_{Ft}}{\sigma_{Ft} - (\sigma_1 - \sigma_3)} = \frac{\sigma_{Ft} + \sigma_{Fp}}{\sigma_{Fp} - \sigma_{Ft}}, \tag{31}$$

ze kterého po algebraické úpravě dostáváme rovnost

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{Ft}} - \frac{\sigma_3}{\sigma_{Fp}} = 1. \tag{32}$$

Vzhledem k tomu, že bod *M* na obr. 8 je mezním bodem, při kterém se předpokládá porušení materiálu, má pevnostní podmínka víceosé napjatosti o extrémních hodno-

tách hlavních napětí rovných σ_1 (maximální tah) a σ_3 (minimální normálné napětí) podle této hypotézy tvar

$$\sigma_1 - \frac{\sigma_{Ft}}{\sigma_{Fp}} \sigma_3 \leqq \sigma_{Ft}. \tag{33}$$

ZÁVĚR

V práci je uvedeno stručné teoretické odvození analyticko-numerického modelu navrženého pro výpočet teplotní napjatosti v rotačně symetrických keramických tělesech.

Uvedený algoritmus řešení byl formulován s cílem:

1. na základě experimentálně stanovených teplotních polí ve válcových tělesech různého průměru vypalovaných různou lineární rychlostí vypočítat teplotní napjatost v tělese v průběhu výpalu,

2. podle uvedené analýzy teplotní napjatosti s využitím experimentálně zjištěných materiálových parametrů (v případě keramického materiálu teplotně závislých) vyhodnotit kritické úseky výpalu,

3. z porovnání naměřené pevnosti a napěťového pole v tělese zpětně určit limitní rychlost ohřevu v jednotlivých časových úsecích výpalu.

Jak bylo již řečeno, význam navrhovaného výpočtu spočívá především v tom, že při znalosti teplotního profilu tělesa umožňuje stanovit dynamické napěťové pole v rotačně symetrickém tělese při respektování teplotní závislosti materiálových parametrů.

Seznam symbolů

b — axiální rozměr tělesa (m)
C — konstanta (Pam²)
E — Youngův modul pružnosti (Pa)
K — konstanta (Pa)
o — obvod (m)
r — poloměr (m)
T — teplota (K)
u — posuv (m)
α — součinitel délkové teplotní roztažnosti (K^{-1})
ε — deformace (1)
η — příčinkový činitel (m Pa^{-1})
μ — Poissonova konstanta (1)
σ_r — normálné napětí radiální (Pa)
σ_t — normálné napětí tangenciální (Pa)
φ — úhel (1)
h — axiální rozměr tělesa (m)
σ_{Ft} — pevnost v tahu (Pa)
σ_{Fp} — pevnost materiálu (Pa)

Literatura

[1] Švarc M., Mazačová Y., Hanykýř V.: Výpočet teplotní napjatosti keramických těles I, Silikáty *29*, 111 (1985).

[2] Švarcová I.: Metoda identifikace vzniku trhlin při výpalu keramiky, Diplomová práce, FCHT VŠCHT, Praha 1983.

[3] Reif P.: *Základy matematické teorie pružnosti*, přednášky FSI-ČVUT, Praha 1977.
[4] Pešina F., Reif P., Valenta F.: *Sbírka příkladů z pružnosti a pevnosti*, SNTL, Praha 1964.
[5] Flügge W.: *Stresses in Shells*, Springer 1962.

РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРНОЙ НАПРЯЖЕННОСТИ КЕРАМИЧЕСКИХ ТЕЛ II

Милан Шварц, Ивона Мазачева*, Владимир Ганикирш*

Государственный научно-исследовательский институт конструирования машин, Беховице, 190 00, Прага 9
**Химико-технологический институт, кафедра технологии силикатов, 166 28 Прага 6*

В работе приводится аналитико-нумерическая модель расчета температурной напряженности в керамическом вращательно симметрическом теле с установленным температурным профилем. Приводимая нами модель дает возможность учитывать температурную зависимость параметров материала.

Вводя разделение тела (см [3]), можно для каждого предела согласно отношению температурного поля и ему отвечающим параметрам материала написать условие деформации. Постепенным выражением условий деформации на пределах отдельных элементов в силовых величинах (см. [28]) и добавлением нулевых граничных условий (29) образуется система линейных алгебраических уравнений для компонентов напряженности, которую можно решать.

Для керамического материала с небольшой вязкостью и разным поведением в растяжении и сжатии можно использовать два способа оценки прочности (см. уравнение (30) и (32)).

Рис. 1. Суперпозиция температурной и силовой деформации на пределах элементов; а) изотермическое состояние, б) свободная температурная деформация внутреннего элемента, в) свободная деформация внешнего элемента, г) окончательное равновесное состояние деформации.
Рис. 2. Напряженность полной задачи;
а) касание элементарных тел,
б) напряженность элемента в области оснований тела.
Рис. 3. Внесение инфинитезимального элемента вращательно симметрического тела.
Рис. 4. Взаимосвязь напряженности и качества деформации элемента — а), с) и тела — b), d) (схематическое изображение)
Рис. 5. Силовой многоугольник элемента.
Рис. 6. Взаимосвязь радиального смещения и относительных преобразований элемента.
Рис. 7. Графическое изображение гипотезы прочности Мора:
1 — простое давление, 2 — чистый сдвиг, 3 — простое растяжение, M — точка пределов прочности согласно гипотезе Мора, т — предельная кривая, s — точка пределов прочности согласно σ_{max}.
Рис. 8. Аналитическое выражение предельной кривой согласно гипотезе прочности Мора.

CALCULATION OF THE STATE OF THERMAL STRESS IN CERAMIC BODIES II

Milan Švarc, Yvona Mazačová*, Vladimír Hanykýř*

State Research Institute for Machine Construction, Běchovice, 190 00 Prague 9
**Institute of Chemical Technology, Department of the Technology of Silicates, 166 28 Prague 6*

The paper presents an analytico-numerical model for evaluation of temperature stresses in a ceramic rotationally-symmetrical body with a known temperature profile. The model allows for accounting for temperature dependence of material parameters.

On introduction of the division of the body, (cf. (3)), a deformation equation can be written for each boundary according to the relation of the temperature field and the corresponding material parameters. By gradually expressing the deformation equations at the boundary in

terms of the individual element force quantities, cf. (28), and by adding the zero boundary conditions (29) a system of linear algebraic equations for the stress components is obtained.

For a ceramic material of low toughness and different behaviour in tension and in compression, it is possible to use two ways of strength evaluation, cf. equations (30) and (32).

Fig. 1. Superposition of temperature and force deformation at the boundary of elements; a — isothermic state, b — free temperature deformation of the inner element, c — free temperature deformation of the outer element, d — resulting equilibrium state of deformation.
Fig. 2. State of stress of a complete model; a) contact of elementary bodies, b) stress components of an element in the vicinity to the boundary.
Fig. 3. Infinitesimal element of a rotationally symmetrical body.
Fig. 4. Relation between state of stress and quality of deformation of element — a), c) and that of body — b), d) (schematic illustration).
Fig. 5. Force equilibrium of an element.
Fig. 6. Relation between radial displacement and relative deformation of an element.
Fig. 7. Graphic representation of Mohr's strength hypothesis: 1 — simple pressure, 2 — pure shear, 3 — simple tension, M — point of ultimate strength according to Mohr's hypothesis, m — boundary curve, s — point of ultimate strength according to σ_{max}.
Fig. 8. Analytic expression of the limit curve of Mohr's strength hypothesis.

NEW MATERIALS / JAPAN je nový časopis, který nabízí Elsevier International Bulletins, New York, Oxford a Amsterdam. Roční předplatné je 240 US dol., Elsevier však poskytuje 20% ní slevu těm, kteří se přihlásí nyní. Časopis je zaměřen pouze na nové materiály a na nové aplikace tradičních materiálů. Časopis vychází měsíčně v Japonsku, vydává ho informační a konsultační společnost Japan Data Bank Group v angličtině. Tematicky je časopis orientován na 6 materiálových skupin:

1. Moderní slitiny s řízenou krystalickou strukturou.
2. Moderní kompozitní materiály.
3. Syntetické membrány.
4. Plasty pro technicky náročné aplikace.
5. Elektricky vodivé polymery.
6. Keramika pro technicky náročné aplikace.

Bartuška

S. J. JANČIC A P. A. M. GROOTSDOLTEN: INDUSTRIAL CRYSTALLIZATION (Průmyslová krystalizace)

D. Reidel Publishing Company, Dordrecht (Holandsko) 1984. 434 str.

Autoři se pokusili vybrat z nesmírně rozsáhlé literatury o krystalizaci takové poznatky, s nimiž se musí nutně seznámit především student, který se chce naučit navrhovat a konstruovat krystalizátory a řídit jejich provoz.

Knihu rozdělili do dvou částí. V prvé vysvětlují základy teorie krystalizace z roztoků, otázky rozpustnosti, pojem metastability, otázky nukleace a růstu nukleí zejména s ohledem na možnosti řízení rozdělení velikostí krystalů v produktu krystalizace. Tato teoretická část je ukončena přehledem chemicko-inženýrských disciplín, významných pro proces krystalizace. Je to zejména chování suspenzí z hlediska míchání, přenosu tepla ap.

Druhá část knihy je věnována inženýrským otázkám konstrukce a funkce průmyslových krystalizátorů různých typů. Je pojata velice prakticky, vychází z nejmodernějších teoretických poznatků a zahrnuje i otázky řízení rozdělení velikosti částic získaného produktu.

Knihu lze doporučit především studentům různých oborů chemické technologie, kteří chtějí pochopit jevy spojené s růstem krystalů, avšak také odborníkům, kteří se zabývají vývojem a konstrukcí krystalizátorů, řízením krystalizačních procesů v průmyslové praxi, případně i výzkumnou prací v této vědní oblasti, přinese kniha mnoho cenných inspirací.

V. Šatava