

Stručné původní sdělení

STATISTICKÉ HODNOCENÍ TEPELNÉ ODOLNOSTI
SKLENĚNÝCH VÝROBKŮ

IVAN BERKA, JAN HLAVÁČ

Katedra technologie silikátů Vysoké školy chemickotechnologické, Suchbátarova 5, 166 28 Praha 6

Došlo 19. 1. 1987

Dříve publikované výsledky měření tepelné odolnosti osmi různých typů skleněných lahví byl hodnoceny za použití Gaussova a Weibullova rozdělení. Z testů dobré přiléhavosti vyplynulo, že Weibullovo nesymetrické rozdělení lépe vystihuje chování lahví při teplotním rázu nežli rozdělení Gaussovo.

V nedávno publikované práci (1) byla hodnocena tepelná odolnost (tj. odolnost k teplotním rázům) u různých typů skleněných lahví. Vzhledem k tomu, že pro tuto vlastnost je rozhodujícím faktorem pevnost povrchové vrstvy skla, bylo provedeno hodnocení pomocí Weibullova rozdělení, běžně používaného při statistické interpretaci pevnostních charakteristik. Grafické srovnání s Gaussovým rozdělením naznačilo, že Weibullovo rozdělení lépe vystihuje skutečnost nežli symetrické rozdělení Gaussovo; rozdíl však nebyl příliš markantní. Pro objektivnější postizení rozdílů mezi experimentálními výsledky a oběma distribučními funkcemi byly dodatečně provedeny testy dobré přiléhavosti, jejichž výsledky jsou uvedeny v tomto krátkém sdělení.

Často používané Gaussovo rozdělení je definováno vztahem:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}b} \exp \left[-\frac{(x-a)^2}{2b^2} \right] \quad \text{pro } x \in (-\infty; \infty),$$

kde parametr a je očekávanou hodnotou a parametr b charakterizuje rozptyl normálně rozdělené veličiny. Gaussovo rozdělení je tedy symetrické podle parametru a v rozsahu od $-\infty$ do $+\infty$.

Weibullovo rozdělení, jehož distribuční funkce má tvar

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \exp \left[\frac{-(x-c)^b}{a} \right] & \text{pro } x > c \\ 0 & \text{pro } x \leq c \end{cases}$$

je dáno třemi nezávislými parametry a , b , c a je omezeno zleva hodnotou parametru c . Parametr c je tedy parametrem polohy, který v našem případě udává nulovou pravděpodobnost kritického napětí ve výrobku. Parametr a je pak parametrem měřítka a b je parametrem tvaru.

Pro vlastní porovnání obou distribučních funkcí bylo použito testu dobré přiléhavosti, a to χ^2 (chí-kvadrát) testu, zavedeného Pearsonem. Naši snahou bylo nalézt vhodnou míru odchylek diskrétního výběrového rozdělení (naměřeného) od hypotetického (Gaussova či Weibullova). Pearson odvodil kritérium:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \frac{(f_i - np_i)^2}{np_i},$$

kteří je vyjádřeno v pozorovaných četnostech f_i a v očekávaných četnostech np_i ve všech r třídách (typech výrobků). Výsledná hodnota χ^2 vypočtená pro dané rozdělení je pak porovnána s kritickou hodnotou χ^2 , která je tabelována (3). Kritická hodnota χ^2 je závislá na počtu tříd, na počtu nezávislých parametrů daného rozdělení a na zvolené hladině významnosti α .

Pro konkrétní srovnání obou rozdělení výpočtem byly převzaty údaje naměřené v práci (1). Tam jsou také uvedeny parametry Weibullova i Gaussova rozdělení a postup jejich výpočtu. Srovnání bylo provedeno pro všech 8 druhů lahví uvedených v citované práci.

Parametry Weibullova či Gaussova rozdělení byly dosazeny do odpovídajícího vztahu pro hustotu pravděpodobnosti daného rozdělení. Vynásobením hustoty pravděpodobnosti daného rozdělení součinem (nd) byly získány očekávané četnosti, které byly spolu s pozorovanými četnostmi dosazeny do Pearsonova vztahu. V součinu (nd) značí n rozsah výběru a d je rozsah třídního intervalu (5°C). Výsledné hodnoty χ^2 pro různé typy lahví označené číslicemi 1–8 jsou uvedeny v tabulce I.

Tabulka I

Výsledné hodnoty χ^2 -testu pro měřené typy lahví

	Typ láhve							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Gaussovo rozdělení	43,16	7,79	0,84	17,89	3,66	7,02	19,38	14,91
Weibullovo rozdělení	24,06	1,18	0,11	17,65	4,52	6,01	9,16	9,42

Pro odečtení kritické hodnoty χ^2 každého z rozdělení bylo nutné určit počet stupňů volnosti z podle vztahu

$$z = (r - 1) - p,$$

kde r je počet tříd (typů lahví) a p je počet odhadnutých nezávislých parametrů pro dané rozdělení. Pro hladinu významnosti α byla u obou rozdělení zvolena běžná hodnota 0,05. Z tabelovaných dat (lit. (3)) byla pak odečtena kritická hodnota χ^2 . V případě Gaussova rozdělení $z = 8 - 1 - 2 = 5$ a $\chi^2_{\text{krit.}} = 11,07$, pro Weibullovo rozdělení je $z = 8 - 1 - 3 = 4$ a $\chi^2_{\text{krit.}} = 9,49$. Tabulka II uvádí hodnoty χ^2 pro jednotlivé typy lahví 1–8 v procentech kritické hodnoty.

Z výsledků vyplývá, že kritická hodnota χ^2 byla při použití Gaussova rozdělení překročena u čtyř typů lahví, zatím co u Weibullova rozdělení pouze u dvou. Také absolutní hodnoty χ^2 vypočtené pro obě rozdělení jsou u Weibullova často výrazně nižší.

Weibullovo rozdělení tedy vyhovuje lépe než Gaussovo. Je to v souladu se skutečností, že jevy související s mechanickými vlastnostmi křehkých materiálů mají nesymetrický průběh pravděpodobnosti. Předností Weibullova rozdělení je i jeho omezení směrem k nižším hodnotám uvažované vlastnosti.

Tabulka II

Hodnoty χ^2 pro jednotlivé typy lahví v %. Kritická hodnota odpovídá 100 %

	Typ láhve							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Gaussovo rozdělení	389,9	70,4	7,7	161,6	33,1	63,4	175,1	134,7
Weibullovo rozdělení	253,5	12,4	1,2	186,0	47,6	63,3	96,5	99,3

Literatura

- [1] Dvořáková E., Hlaváč J.: Sklár a keramik 34, 285 (1984).
 [2] Volf M. B.: *Sklo ve výpočtech*. SNTL, Praha 1984.
 [3] Štěpánek V.: *Matematická statistika v chemii*. Skriptum VŠChT, SNTL, Praha 1975.
 [4] ČSN 01 0224: Pravidla stanovení odhadů a konfidenčních mezí pro parametry Weibullova rozdělení.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ТЕПЛОСТОЙКОСТИ
СТЕКЛЯННЫХ ИЗДЕЛИЙ

Иван Берка, Ян Главач

*Кафедра технологии силикатов Химико-технологического института,
166 28 Прага 6*

Результаты измерения стойкости к резким перепадам температуры, опубликованные в работе [1] для 8 видов стеклянных бутылок, статистически обрабатывали, применяя разделение Вейбулла и Гаусса. Применяя тест хорошей прилегаемости ПEARСОНА, установили, что критическая величина χ^2 при использовании разделения Гаусса выше у четырех типов бутылок, в то время как при использовании разделения Вейбулла только у двух типов. Следовательно, асимметрическое разделение Вейбулла несколько лучше отвечает поведению бутылок при резком перепаде температуры.

STATISTICAL EVALUATION OF THE THERMAL ENDURANCE
OF GLASS WARE

Ivan Berka, Jan Hlaváč

Department of the Technology of Silicates, Institute of Chemical Technology, 166 28 Prague 6

The results of the resistance to thermal shock measurements, published in (1) for 8 types of glass bottles, were processed statistically with the use of Weibull's and Gauss's distributions. Pearson's fit test showed that the critical value of χ^2 was exceeded with 4 types of bottles with the use of Gauss's distribution, whereas only two types failed the criterion of Weibull's distribution. The behaviour of bottles exposed to thermal shock is therefore somewhat better described by Weibull's asymmetrical distribution.