

# RIEŠENIE STACIONÁRNEHO JEDNOROZMERNÉHO PRESTUPU TEPLA S UVAŽOVANÍM NELINEÁRNEJ TEPLOTNEJ ZÁVISLOSTI TEPELNEJ VODIVOSTI IZOLAČNÉHO MATERIÁLU V ZLOŽENEJ STENE

VIKTOR ZÁBAVNÍK

*Ústav výpočtovej techniky pri Vysokej škole technickej, ul. Boženy Němcovej, 040 00 Košice*

Došlo 10. 12. 1986

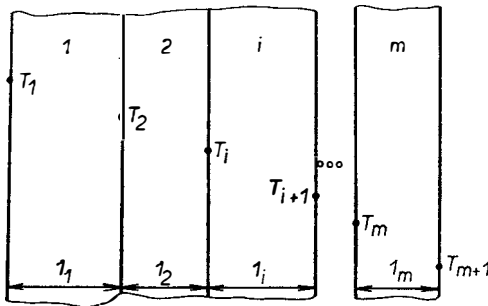
*Stanovenie teplotného profilu v zloženej stene pre nelineárnu teplotnú závislosť tepelnej vodivosti na teplote vedie k riešeniu sústavy nelineárnych rovníc. Iteračný prístup značne zjednodušuje riešenie uvedenej úlohy. Definovaním rozdielnych spôsobov iterovania pri rovnakých podmienkach je možné voliť kompromis medzi presnosťou a rýchlosťou výpočtu. Z algoritmického hľadiska ide o využitie dvoch viazaných iteračných cyklov. Napriek tejto skutočnosti ani pri vysokých požiadavkách na presnosť riešenia pri uvažovanom počte vrstiev 6—10 v zloženej stene neprekročí doba riešenia úlohy na počítači SM 3—4 minúty. Zmenou spôsobu iterovania je možné tento čas znížiť na tretinu až štvrtinu uvedenej hodnoty pri súčasnom zvýšení nepresnosti do 1 %.*

## 1. ÚVOD

Lineárna aproximácia závislosti tepelnej vodivosti na teplote vyhovuje v rámci technickej presnosti pre väčšinu používaných žiaruvzdorných materiálov. U niektorých materiálov je závislosť tepelnej vodivosti na teplote nelineárna a aproximáciu uvedenej závislosti je potrebné realizovať nelineárnou funkciou. V práci sú diskutované dva rozdielne prístupy pre stanovenie teplotného poľa vo výmurovke s uvažovaním nelineárnej teplotnej závislosti tepelnej vodivosti.

## 2. ALGORITMUS RIEŠENIA ÚLOHY

Stanovenie teplôt na hraniciach jednotlivých vrstiev zloženej steny je možné realizovať pri rôznych kombináciách hraničných podmienok na vnútornej a vonkajšej strane steny schématicky znázornenej na obr. 1. Riešenie uvedeného problému v celku,



Obr. 1. Schématické znázornenie veličín v zloženej stene.

tj. pre všetky hraničné body vrstiev súčasne vedie k riešeniu sústavy nelineárnych rovníc. To predstavuje problém síce riešiteľný, ale značne komplikovaný. Podstatne jednoduchším sa javí postup [1], ktorý doporučuje realizovať stanovenie teplotného poľa iteračným spôsobom postupujúc pri tom od vnútorného povrchu k vonkajšiemu. Využitie tejto myšlienky značne zjednodušuje riešenie problému aj v prípade nelineárnej závislosti  $\lambda(T)$  na teplote.

### 3. STANOVENIE TEPLÔT NA HRANICIACH VRSTIEV UVAŽOVANÍM TEPLOTNEJ ZÁVISLOSTI $\lambda(T)$ V TVARE POLYNÓMU

Výsledkom využitia polynomickej regresie pre aproximáciu závislosti tepelnej vodivosti na teplote je polynóm v tvare

$$\lambda(T) = a_0 + a_1T + a_2T^2 + \dots + a_nT^n$$

alebo skrátené

$$\lambda(T) = \sum_{j=0}^n a_j T_j. \quad (1)$$

Predpokladajme, že pre  $i$ -tu vrstvu platí  $T_i > T_{i+1}$ . Pre prípad rovinatej steny je možné formulovať Fourierovú rovnicu v nasledovnom tvare

$$q = -\lambda(T) \frac{dT}{dx}. \quad (2)$$

V stacionárnom stave platí konštantnosť hustoty tepelného toku. Substitúciou (1) do (2) pre  $i$ -tu vrstvu, integrovaním a úpravou dostaneme:

$$\sum_{j=0}^n \frac{a_{i,j}}{j+1} T_{i+1}^{j+1} - A = 0, \quad (3)$$

kde

$$A = -ql_i + \sum_{j=0}^n \frac{a_{i,j}}{j+1} T_i^{j+1}.$$

Pre známú hodnotu  $T_i$  riešením rovnice (3) je  $n+1$  koreňov, z ktorých jediný má fyzikálnu interpretáciu.

V prípade válcovej steny je možné použiť analogický postup. Vo válcovej zloženej stene platí:  $Q = \text{konšt.}$  Tepelný tok  $Q$  sa vypočíta podľa známych vzťahov [2] nasledovne:

$$Q^* = -2\pi r \lambda(T) h \tau \frac{dT}{dr}. \quad (4)$$

Ak  $h = 1$  m a  $\tau = 1$  s potom rovnicu (4) je možné zjednodušiť

$$Q = -2\pi r \lambda(T) \frac{dT}{dr}. \quad (5)$$

Dosadením (1) do (5) pre  $i$ -tu vrstvu, integrovaním a úpravou dostaneme

$$\sum_{j=0}^n \frac{a_{i,j}}{j+1} T_{i+1}^{j+1} - B = 0, \quad (6)$$

kde

$$B = -\frac{Q}{2\pi} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} + \sum_{j=0}^n \frac{a_{i,j}}{j+1} T_i^{j+1}.$$

Ak považujeme  $T_i$  za známe, potom rovnica (6) má  $n + 1$  koreňov, z ktorých jediný má fyzikálnu interpretáciu.

Pri realizácii výpočtu teplôt na hraniciach jednotlivých vrstiev predstavujúcich riešenie rovníc (3) resp. (6) v smere od vnútorného povrchu k vonkajšiemu sa najvýhodnejším javí použitie metódy „pólenia intervalu“. Výhoda spočíva v jednoduchosti uvedenej metódy, pričom odpadnú aj problémy so stanovením hľadaného koreňa. Začiatočným predpokladom pri výpočte  $T_{i+1}$  môže byť  $T_i$ .

Pre vypočítané teploty na hraniciach jednotlivých vrstiev v stacionárnom stave použitím vzorcov (7) resp. (8) je možné vypočítať odpovedajúce hodnoty hustôt tepelných tokov, resp. tepelných tokov pre jednotlivé vrstvy steny.

$$q = \frac{1}{l_i} \sum_{j=1}^n \frac{a_{i,j}}{j+1} (T_i^{j+1} - T_{i+1}^{j+1}), \quad (7)$$

$$q = \frac{2\pi}{\ln \left( \frac{r_{i+1}}{r_i} \right)} \sum_{j=1}^n \frac{a_{i,j}}{j+1} (T_i^{j+1} - T_{i+1}^{j+1}), \quad (8)$$

kde

$$i = 1, 2, \dots, m.$$

#### 4. PŘIBLIŽNÉ RIEŠENIE VÝPOČTU TEPLÔT PRE LUBOVOLNÝ TVAR TEPELNEJ ZÁVISLOSTI $\lambda(T)$

Ak hodnotu tepelnej vodivosti medzi bodmi  $i$  a  $i + 1$  považujeme za konštantnú, potom pre  $i$ -tu vrstvu rovinatej steny platí

$$q = -\lambda_i \frac{dT}{dx}. \quad (9)$$

Integrovaním (9) dostaneme

$$q \int_0^{l_i} dx = -\lambda_i \int_{T_i}^{T_{i+1}} dT.$$

Pre  $T_i > T_{i+1}$  po integrovaní a úprave je možné  $T_{i+1}$  vyjadriť v tvare

$$T_{i+1} = T_i - \frac{ql_i}{\lambda_i}. \quad (10)$$

Analogickým postupom je možné odvodiť  $T_{i+1}$  pre válcový typ steny. Ako  $h = 1$  m,  $\tau = 1$  s potom

$$T_{i+1} = T_i - \frac{Q}{2\pi\lambda_i} \ln \left( \frac{r_{i+1}}{r_i} \right). \quad (11)$$

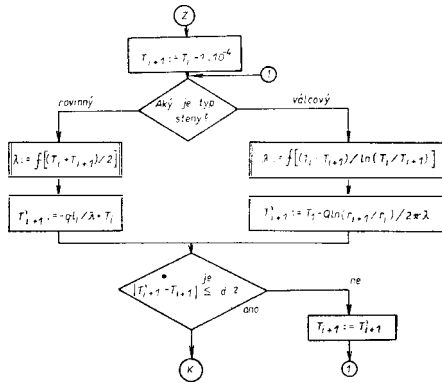
Hustota tepelného toku resp. tepelný tok sa vypočíta vzorcami (12) resp. (13)

$$q = \frac{\lambda_i(T_i - T_{i+1})}{l_i}, \quad (12)$$

$$Q = \frac{2\pi\lambda_i(T_i - T_{i+1})}{\ln\left(\frac{r_{i+1}}{r_i}\right)} \quad (13)$$

Teplná vodivosť pre uvedený spôsob riešenia úlohy je konštantná. Jej konkrétna hodnota medzi bodmi  $i$  a  $i + 1$  sa vypočíta pre priemernú hodnotu teploty  $T_s$  v uvažovanej vrstve zo zadanej funkčnej závislosti  $\lambda(T_s)$ . V prípade rovinatej steny sa doporučuje [2] pre  $T_s$  aritmetický priemer teplôt  $T_i$  a  $T_{i+1}$  resp. logaritmický priemer teplôt  $T_i$  a  $T_{i+1}$  na hraničných vrstvách pre válcový typ steny.

Pri postupe výpočtu teplôt v smere od vnútorného povrchu k vonkajšiemu je hodnota  $T_i$  známa a  $T_{i+1}$  neznáma. Hodnotu  $T_{i+1}$  je potrebné poznať pri výpočte  $T_s$ . Tento nedostatok je možné odstrániť použitím iteračného prístupu pri riešení. Vývojový diagram znázornený na obr. 2 predstavuje jeden z možných algoritmov riešenia uvedenej úlohy pre  $i$ -tu vrstvu steny.



Obr. 2. Iteračný výpočet  $T_{i+1}$ .

### 5. POROVNANIE VYPRACOVANÝCH RIEŠENÍ

Porovnanie jednotlivých riešení je ilustrované na hypotetickej rovinatej a válcovej stene ( $r_1 = 1$  m) o hrúbke 1 m. Riešenie bolo realizované pre hraničné podmienky 1. [1] pri teplotách 1273 K na vnútornom a 293 K na vonkajšom povrchu. Pri výpočtoch bol použitý programový prostriedok [1], rozšírený o riešenia pre nelineárne teplotné závislosti tepelnej vodivosti uvedené v kap. 3 a kap. 4. Teplotné polia boli stanovené pre termovit a čadičovú vlnu.

Tabulkové hodnoty teplotnej závislosti  $\lambda(T)$  pre termovit [4] a čadičovú vlnu [5] boli aproximované priamkou a polynómom 3. stupňa metódou najmenších štvorcov. Výsledky štatistického spracovania doplnené indexom korelácie, reziduálnym rozptylom [6] a chybou aproximácie [7] sú uvedené v tab. I.

Teplotný profil vypočítaný pre rovinnú stenu je znázornený na obr. 3, pre válcovú na obr. 6. Výsledky sú získané pre polynomickú aproximáciu teplotnej závislosti tepelnej vodivosti v tvare

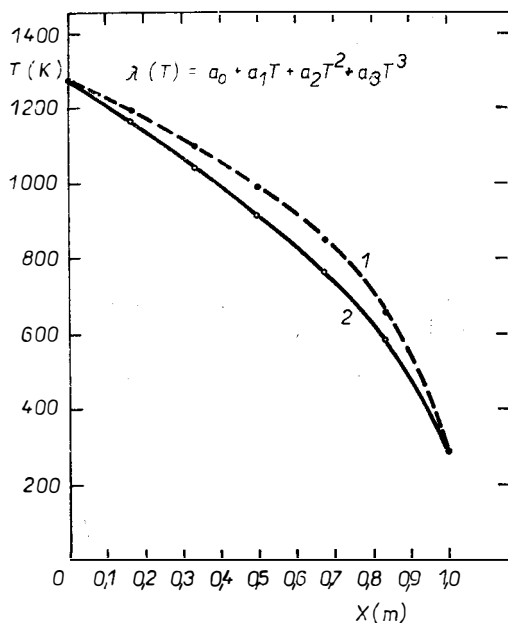
$$\lambda(T) = a_0 + a_1T + a_2T^2 + a_3T^3 \quad (14)$$

postupom diskutovaným v kap. 3. Predstavujú presné riešenie.

Tabuľka I

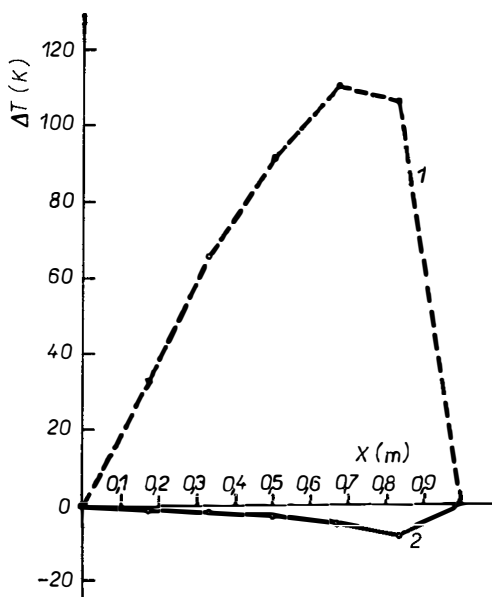
Výsledky aproximácií tabuľkových hodnôt teplotnej závislosti tepelnej vodivosti

	Čadičová vlna		Termovít	
	Lineárna aproximácia	Polynomiická aproximácia	Lineárna aproximácia	Polynomiická aproximácia
$a_0$	$-0,274\ 166 \cdot 10^{-2}$	$-0,479\ 847 \cdot 10^{-1}$	$-0,545\ 465 \cdot 10^{-1}$	$0,434\ 873 \cdot 10^{-1}$
$a_1$	$0,179\ 762 \cdot 10^{-3}$	$0,384\ 969 \cdot 10^{-3}$	$0,254\ 586 \cdot 10^{-3}$	$-0,837\ 387 \cdot 10^{-4}$
$a_2$	—	$-0,261\ 491 \cdot 10^{-6}$	—	$0,263\ 707 \cdot 10^{-6}$
$a_3$	—	$0,959\ 596 \cdot 10^{-10}$	—	$-0,345\ 557 \cdot 10^{-10}$
$S$	$0,212\ 5 \cdot 10^{-4}$	$0,216\ 2 \cdot 10^{-5}$	$0,384\ 5 \cdot 10^{-3}$	$0,123\ 2 \cdot 10^{-4}$
$I$	0,995	0,999	0,982	0,999
$Ch$ [%]	4,96	1,09	23,90	1,55

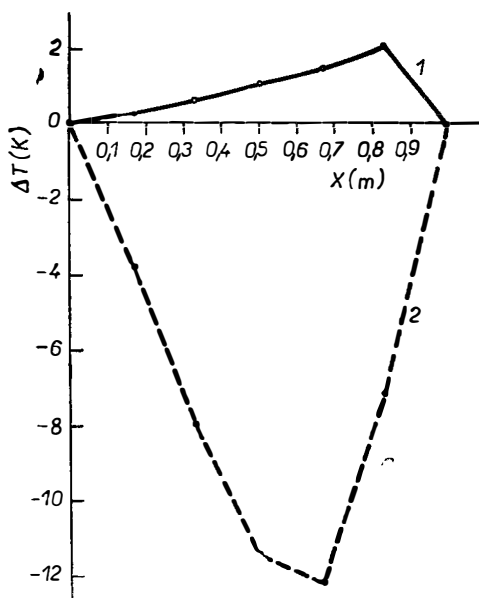


Obr. 3. Priebehy teplôt v rovinatej stene pre termovít (1) a čadičovú vlnu (2). Presné riešenie.

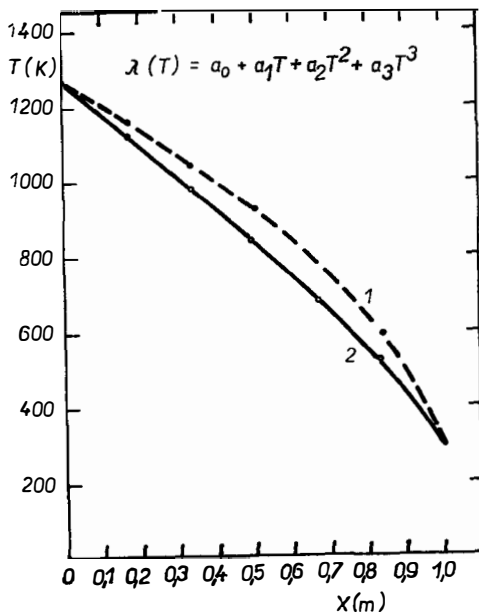
Uvedený problém bol vyriešený aj postupom odpovedajúcim priamkovej teplotnej závislosti  $\lambda(T)$ , ďalej postupom odvodeným v kap. 4, kde  $\lambda = \text{konšt.}$  medzi teplotami  $T_i$  a  $T_{i+1}$ . Funkčné závislosti použité pri výpočte konštánt  $\lambda$  boli zhodné s tými, ktoré boli použité pre presné riešenie úlohy. Na obr. 4 a obr. 5 sú znázornené priebehy rozdielov teplôt v rovinatej stene vypočítané pre priamkovú závislosť  $\lambda(T)$  a pre  $\lambda = \text{konšt.}$ , (pozri kap. 4). v porovnaní s presným riešením stanovené pre termovít a čadičovú vlnu. Analogicky obr. 7 a obr. 8 znázorňujú spracované uvedené závislosti pre vĺčový typ steny.



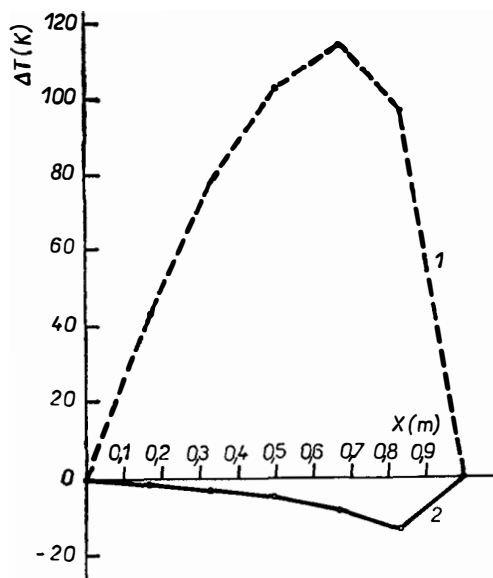
Obr. 4. Priebehy rozdielov teplôt v rovinatej stene vypočítané pre teplotnú závislosť tepelnej vodivosti  $\lambda(T) = a_0 + a_1T$  (1) a  $\lambda(T) =$  „po častiach konšt.“ (2) v porovnaní s presným riešením (1), pre Termovit.



Obr. 5. Priebehy rozdielov teplôt v rovinatej stene vypočítané pre teplotnú závislosť tepelnej vodivosti  $\lambda(T) = a_0 + a_1T$  (1) a  $\lambda(T) =$  „po častiach konšt.“ (2) v porovnaní s presným riešením (1), pre čadičovú vlnu.

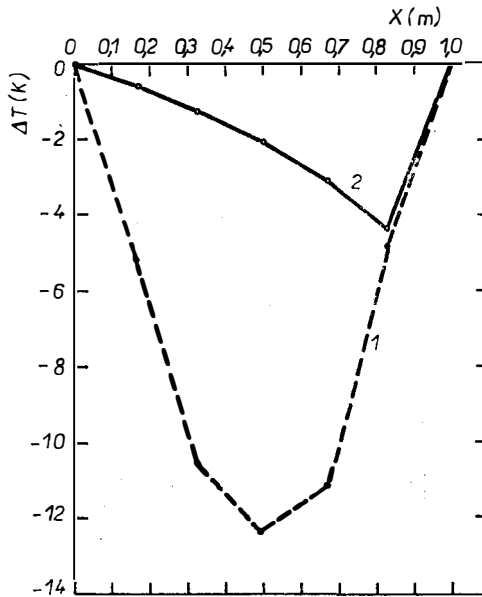


Obr. 6. Priebehy teplôt vo valcovej stene pre termovit (1) a řadiřovú vlnu (2). Presné riešenie.



Obr. 7. Priebehy rozdielov teplôt vo valcovej stene vypořítané pre teplotnú závislosť tepelnej vodivosti  $\lambda(T) = a_0 + a_1T$  (1) a  $\lambda(T) =$  „po řastiach konšt.“ (2) v porovnaní s presným riešením (1), pre Termovit.

Teplotná závislosť  $\lambda(T)$  pre termovit je výrazne nelineárna. Výsledky štatistického spracovania (pozri tab. I) dokumentujú túto skutočnosť. Chyba aproximácie predstavuje 23,9%. V prípade čadičovej vlny lineárna závislosť  $\lambda(T)$  s chybou aproximácie 4,96% „tesnejšie prilieha“ tabuľkovým údajom v porovnaní s údajmi pre termovit. Aproximácia v tvare polynómu (14) plne vyhovuje tabuľkovým údajom. Uvedené skutočnosti sa výrazne prejavujú na obr. 4, obr. 5, obr. 7 a obr. 8, kde maximálne rozdiely v teplotách medzi presným riešením a riešením odpovedajúcim lineárnej závislosti  $\lambda(T)$  dosahujú až 114 K pre termovit a len - 14 K v prípade čadičovej vlny. Z uvedených obrázkov vyplýva, že výsledky odpovedajúce  $\lambda = \text{konšt.}$  medzi  $T_i$  a  $T_{i+1}$  v porovnaní s presným riešením vykazujú max. absolútnu hodnotu rozdielu 14 K.



Obr. 8. Priebehy rozdielov teplôt vo valcovej stene pre teplotnú závislosť tepelnej vodivosti  $\lambda(T) = a_0 + a_1T$  (1) a  $\lambda(T) =$  „po častiach konšt.“ (2) v porovnaní s presným riešením (1), pre čadičovú vlnu.

Tab. II obsahuje prehľad časov riešení ( $t$ ) a priemerné percentuálne odchýlky ( $Ch_T$ ) od presných riešení (15) zvlášť pre uvažované materiály, typ stien a odpovedajúce závislosti  $\lambda(T)$ . S cieľom porovnania časových relácií jednotlivých riešení boli volené zhodné podmienky pre iteračný proces (počiatočný odhad hustoty tepelného toku, resp. tepelného toku a dovolená nepresnosť medzi zadanou a vypočítanou teplotou vonkajšieho povrchu). Čas riešenia uvedený v tabuľke II predstavuje čistý čas riešenia na počítači SM 3 mimo vstupu a výstupu)

$$Ch_T = \frac{\sum_{j=2}^{m-1} |T_{pj} - T_{ppj}|}{m-2} \quad (15)$$



Tabuľka II

Časy riešení a priemerné percentuálne odchýlky od presných riešení ( $Ch_T$ ) stanovené pre riešenia odpovedajúce uvažovaným závislostiam tepelnej vodivosti na teplote

	Čadičová vlna						Termovít					
	Riešenie odpovedajúce $\lambda(T)$						Riešenie odpovedajúce $\lambda(T)$					
	$\lambda(T) = a_0 + a_1T + a_2T^2 + a_3T^3$		$(\lambda T) = a_0 + a_1T$		$\lambda(T) = \text{konšt.}$		$\lambda(T) = a_0 + a_1T + a_2T^2 + a_3T^3$		$\lambda(T) = a_0 + a_1T$		$\lambda(T) = \text{po častiach konšt.}$	
Typ steny	rov.	válc.	rov.	válc.	rov.	válc.	rov.	válc.	rov.	válc.	rov.	válc.
$t$ [s]	102	131	4	5	24	36	138	156	3	8	26	42
$Ch_T$ [%]	—	—	1,03	1,09	0,14	0,35	—	—	9,5	10,6	0,44	0,86

Z údajov uvedených v tabuľke II vyplýva, že riešenie odpovedajúce  $\lambda = \text{konšt.}$  medzi  $T_i$  a  $T_{i+1}$  sa vykoná 3,7–5,3krát rýchlejšie ako presné riešenie, pričom priemerná odchýlka od presného riešenia neprekročí 0,9% pre uvažované žiaruvzdorné materiály. V prípade nevýraznej nelineárnej závislosti  $\lambda(T)$  na teplote, čo platí pre čadičovú vlnu, sú tieto odchýlky od presného riešenia podstatne nižšie v porovnaní s termovítom.

Časové relácie realizácie diskutovaných riešení zohrávajú veľmi dôležitú úlohu pri ich využívaní vo väčšom simulačnom celku.

## 6. ZÁVER

Získané výsledky oprávňujú k týmto záverom:

— pre nevýrazne nelineárnu závislosť  $\lambda(T)$  na teplote (nízka hodnota  $Ch$ ,  $R$ , vysoká hodnota  $IK$  pre priamkovú aproximáciu) v rámci technickej presnosti postačuje z hľadiska úspory strojového času realizovať riešenie odpovedajúce lineárnej závislosti  $\lambda(T)$  na teplote, resp.  $\lambda = \text{konšt.}$  medzi  $T_i$  a  $T_{i+1}$ .

— pre výrazne nelineárne závislosti  $\lambda(T)$  na teplote riešenia odpovedajúce  $\lambda(T) = a_0 + a_1T$  sa nehodí. V týchto prípadoch je výhodné riešiť problém postupom diskutovaným v kap. 3, resp. kap. 4.

Podmienky uvedené v riešenom príklade sa v praxi nevyskytujú. Boli zvolené jedine pre jednoduchšiu interpretáciu výsledkov vypracovaných spôsobov riešenia uvedeného problému.

## ZOZNAM POUŽITÉHO OZNAČENIA

$T_{pj}$	presná hodnota teploty v bode $j$	[K]
$T_{ppj}$	približná hodnota teploty v bode $j$	[K]
$q$	hustota tepelného toku	[W m <sup>-2</sup> ]

V. Zábavník:

$Q^*$	teplo	[J]
$Q$	tepelný tok (uvažovaný pre $h = 1 \text{ m}$ , $\tau = 1 \text{ s}$ )	[W]
$\lambda$	tepelná vodivosť	[W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
$a_i$	koefficient polynómu	[W m <sup>-1</sup> K <sup>-i-1</sup> ]
$i$	index vrstvy	
$j$	index koeficienta polynómu	
$n$	stupeň polynómu	
$l$	hrúbka izolačnej vrstvy	[m]
$r$	polomer	[m]
$r_1$	vnútorný polomer valcovej steny	[m]
$m$	uvažovaný počet bodov v stene, v ktorých sa teplota vypočíta, resp. počet vrstiev	
$\tau$	čas	[s]
$t$	čas riešenia úlohy	[s]
$d$	dovolená nepresnosť (= 10 <sup>-3</sup> )	[K]
$Ch$	chyba aproximácie	[%]
$Ch_T$	priemerná percentuálna odchýlka od presného riešenia	[%]
$S$	reziduálny rozptyl	
$I$	index korelácie	

Literatúra

- [1] V. Zábavník: Silikáty, t. č. v tlači.
- [2] M. Rédr, M. Gottwald, A. Říman, R. Rejč: *Tepelné výpočty a optimalizace vyzdívek průmyslových pecí*. SNTL. Praha 1975.
- [3] A. B. Lykov: *Teorija teplovodnosti*. Vysšaja škola, Moskva 1967.
- [4] J. Lehner: *Sklář a keramik*, 30, 303 (1980).
- [5] B. Schwarzkopz, L. Henik: *Optimalizace vyzdívek průmyslových pecí*, MS ČSR, Praha 1976.
- [6] K. Hrubina, A. Lavrin, E. Dorčák: *Knižnica algoritmov*, VII. diel zo sympózia ALGORITMY 83, s. 24/269—283.
- [7] V. Zábavník: *Hutnícké listy*, [12] 866 (1984).

РЕШЕНИЕ СТАЦИОНАРНОЙ ОДНОРАЗМЕРНОЙ  
ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ ПРИ ПРЕДПОЛОЖЕНИИ  
НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ  
ИЗОЛЯЦИОННОГО МАТЕРИАЛА В СЛОЖЕННОЙ СТЕНЕ

Виктор Забавник

Научно-исследовательский институт вычислительной техники  
при Политехническом институте, ул. Божены Немцовой, 04000 Кошице

Линейная аппроксимация теплопроводности от температуры отвечает в рамках технической точности большинству применяемых жароупорных материалов. Определение температурного профиля в сложной стене с помощью итерационного метода требует решение квадратических уравнений, количество которых отвечает количеству точек с искомыми температурами. В случае необходимости аппроксимировать теплопроводность в зависимости от температуры полиномом высшего порядка задание переходит из решения квадратического уравнения при определении искомой температуры на контакте слоев в определение корней полинома, порядок которого всегда на один выше в сопоставлении с полиномом для аппроксимации теплопроводности. Из искомых корней физически объясним всегда только один. Поэтому при его определении оказывается пригодным использовать итерационный метод. С алгоритмической точки зрения проблема заключается в использовании

двух связанных итерационных циклов, причем во внутреннем определяют температуру на стыках слоев на основании предполагаемых величин. Внешний итерационный цикл служит для приспособления предположений предельным условиям, что представляет собой с теплотехнической точки зрения точное решение задания. В случае шести—десяти слоев сложенной стены можно предполагать время решения (без входных операций) в пределах двух—четырёх минут, применяя вычислитель SM 3.

С целью сократить время решения был разработан приближенный метод, сущность которого заключается в предположении, что теплопроводность оказывается по частям постоянной. При расчете ее конкретной величины используется заданная нелинейная температурная зависимость теплопроводности. Таким образом время решения сокращается приблизительно на треть—четвертую в сопоставлении с точным решением при одинаковых условиях итерирования. Появившиеся отклонения не превышают 1 %.

Значение приближенного решения растет прежде всего в связи с разработкой решения в сложных симуляционных цепях.

*Рис. 1. Схематическое изображение величин в сложенной стене.*

*Рис. 2. Итерационный расчет  $T_{i+1}$ .*

*Рис. 3. Ход температур в плоскостной стене для термовита (1) и базальтовой волны (2). Точное решение.*

*Рис. 4. Ход разностей температур в плоскостной стене, рассчитанный для температурной зависимости теплопроводности  $\lambda(T) = a_0 + a_1T$  (1) и  $\lambda(T) =$  „по частям конст.“ (2) в сопоставлении с точным решением (1), для термовита*

*Рис. 5. Ход разностей температур в плоскостной стене, рассчитанный для температурной зависимости теплопроводности  $\lambda(T) = a_0 + a_1T$  и  $\lambda(T) =$  „по частям конст.“ (2) в сопоставлении с точным решением (1), для базальтовой волны.*

*Рис. 6. Ход температур в цилиндрической стене, рассчитанный для термовита (1) и базальтовой волны (2). Точное решение.*

*Рис. 7. Ход разностей температур в цилиндрической стене, рассчитанный для температурной зависимости теплопроводности  $\lambda(T) = a_0 + a_1T$  (1) и  $\lambda(T) =$  „по частям конст.“ (2) в сопоставлении с точным решением (1) для термовита.*

*Рис. 8. Ход разностей температур в цилиндрической стене для температурной зависимости теплопроводности  $\lambda(T) = a_0 + a_1T$  (1) и  $\lambda(T) =$  „по частям конст.“ (2) в сопоставлении с точным решением (1), для базальтовой волны.*

## SOLUTION OF STATIONARY UNIDIMENSIONAL HEAT TRANSFER ASSUMING NON-LINEAR DEPENDENCE OF THERMAL CONDUCTIVITY OF INSULATING MATERIAL IN A SANDWICH WALL

Viktor Zábavník

*Institute of Computer Technology at the Technical University, ul. Boženy Němcovej, 040 00 Košice*

Within the framework of technical accuracy, linear approximation of thermal conductivity in terms of temperature holds for most current refractory materials. Determination of the temperature profile in a sandwich wall by the iteration method leads to the solving of quadratic equations whose number is identical with the number of points having unknown temperatures. If the thermal conductivity has to be approximated in terms of temperature by a higher order polynomial, the problem is not resolved by means of a quadratic equation to determine the unknown temperature at the contact of the layers, being based instead on determining the roots of the polynomial the order of which is always higher by one compared to the polynomial for the approximation of thermal conductivity. Only one root among those sought has physical significance. For this reason, the iteration method is advantageous for its determination. From the algorithmic point of view, it is in fact utilization of two bound interaction cycles, where the temperature at the contact of the layers is determined in the inner cycle on the basis of the quantities assumed. The outer iteration cycle is used to adjust the assumption to fit the boundary conditions. The procedure represents precise solution of the problem from the point of view of thermal technology. For

a sandwich wall consisting of six to ten layers, the net time of solution on the SM 3 computer amounts to 2—4 minutes (excluding the input and output operations).

An approximate method was suggested in order to further cut the time of the computation. It is based on the assumption that the thermal conductivity is constant per partes. Its actual value is computed by means of the non-linear temperature dependence of thermal conductivity. In this way, the time of computation is reduced approximately to one third or one quarter compared to the precise solution under identical iteration conditions. The resulting deviations from the exact solution do not exceed 1%.

The significance of the approximate solution increases particularly in the utilization of the solution in complex simulation systems.

*Fig. 1. Schematic representation of quantities in a sandwich wall.*

*Fig. 2. Iterative computation of  $T_{i+1}$ .*

*Fig. 3. The course of temperatures in a planar wall for Termovit (1) and basalt rockwool (2). Precise solution.*

*Fig. 4. The courses of temperature differences in a planar wall computed for the temperature dependence of thermal conductivity  $\lambda(T) = a_0 + a_1T$  (1) and  $\lambda T =$  "per constant partes", (2) in comparison with the precise solution (1), for Termovit.*

*Fig. 5. The courses of temperature differences in a planar wall computed for the temperature dependence of thermal conductivity  $\lambda(T) = a_0 + a_1T$  (1) and  $\lambda(T) =$  "per const. partes" (2) compared to precise solution (1), for basalt rockwool.*

*Fig. 6. The courses of temperatures in a cylindrical wall for Termovit (1) and basalt rockwool (2). Precise solution.*

*Fig. 7. The courses of temperature differences in a cylindrical wall computed for the temperature dependence of thermal conductivity  $\lambda(T) = a_0 + a_1T$  (1) and  $\lambda(T) =$  "per const. partes" (2) compared to precise solution (1), for Termovit.*

*Fig. 8. The courses of temperature differences in a cylindrical wall for the temperature dependence of thermal conductivity  $\lambda(T) = a_0 + a_1T$  (1) and  $\lambda(T) =$  "per const. partes" (2) compared to precise solution (1), for basalt rockwool.*